EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

***Varianta …*.075**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze modulul numărului complex $\sqrt{2}+i\sqrt{3}$.

(4p) **b)** Să se determine $a \in \mathbf{R}$ astfel încât partea reală a numărului complex $z = 1+(a-1)(3-i)$ să fie 4.

(4p) **c)** Să se calculeze $\sin\frac{\pi}{6}\cdot\cos\frac{\pi}{6}$.

(4p) **d)** Să se determine $a,b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(3,0)$ și $C(0,-3)$ să aparțină dreptei de ecuație $x+ay+b=0$.

(2p) **e)** Să se scrie ecuația cercului cu centrul în punctul $P(1,1)$ și cu raza 2.

(2p) **f)** Să se scrie ecuația unei drepte paralele cu dreapta $d: 2x-3y+5=0$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se rezolve în $\mathbf{Z}_8$ ecuația $\hat{3}\cdot\hat{x}=\hat{7}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $4!-3!$.

(3p) **c)** Să se calculeze $1+2+\ldots+2^9$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x^3-x^2+x-1=0$.

(3p) **e)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n\in\{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $n!<30$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^3+\sin x+x$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$.

(3p) **d)** Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)$.

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $\mathbf{M}_2(\mathbf{R})$ se consideră matricea $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi submulțimea

$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} \mid a, c \in (0, \infty), b \in \mathbf{R} \right\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $I_2 \in G$.

(4p) **b)** Să se calculeze determinantul matricei $M = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} \in G$.

(4p) **c)** Să se arate că, dacă $A, B \in G$, atunci $A \cdot B \in G$.

(2p) **d)** Să se verifice că, dacă $C = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} \in G$, atunci matricea $D = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & 0 \\ -\frac{b}{ac} & \frac{1}{c} \end{pmatrix} \in G$ şi

$C \cdot D = D \cdot C = I_2$.

(2p) **e)** Să se găsească două matrice $U, V \in G$ pentru care $U \cdot V \neq V \cdot U$.

(2p) **f)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $n \geq 2$, $\forall a, c \in (0, \infty)$

şi $\forall b \in \mathbf{R}$ are loc $\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} a^n & 0 \\ b\left(a^{n-1} + a^{n-2}c + ... + ac^{n-2} + c^{n-1}\right) & c^n \end{pmatrix}$.

(2p) **g)** Să se arate că $\forall n \in \mathbf{N}^*, \forall A \in G$, există $X \in G$ astfel încât $X^n = A$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 3^x + 2^x$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

(4p) **c)** Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se arate că funcția f este convexă pe $\mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se arate că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f, axa Ox

şi dreptele de ecuații $x = 0$ şi $x = 1$.

(2p) **g)** Să se rezolve ecuația $f(x) + f(2x) + f(3x) = 6$.